

## 10. 结点电压法

两结点之间的电压即结点电压。结点电压法的基本思想是以结点电压作为未知量，列出方程，求出结点电压，然后再求出各支路电压、电流。结点电压法适用于结点较少的电路。

### 弥尔曼定理

有一类电路，即只有两个结点多条支路，可以看成多条之路的并联电路，最适合采用结点电压法解题。只需列一个方程。该电路被称为弥尔曼电路。本节着重介绍适于两结点多支路的弥尔曼定理。

## 10 . 结点电压法

### 弥尔曼定理

以下图电路为例，说明结点电压方程的列写

首先，选定一个结点作为参考结点，本图中选择结点 **B** 为参考结点，设其电位为 **0V**。写出各支路电流方程

$$I_1 - I_2 - I_3 + I_4 = 0$$

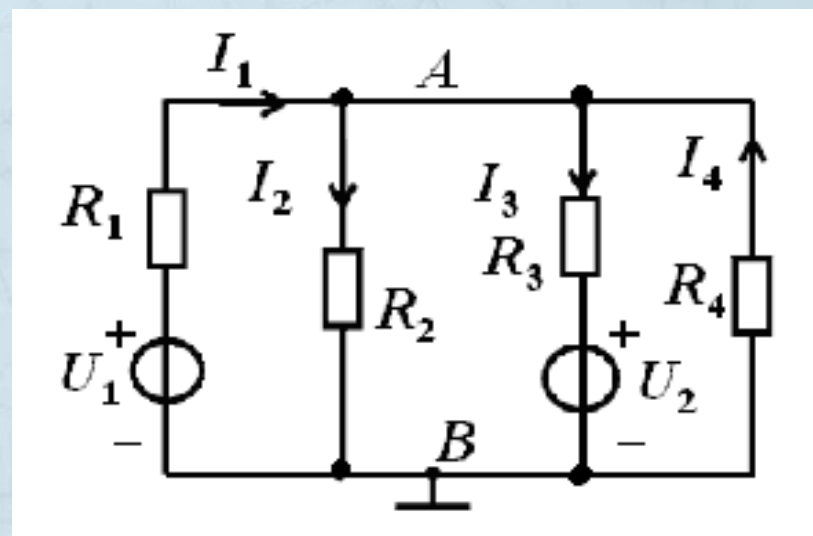
其中：

$$I_1 = \frac{U_1 - U_A}{R_1}$$

$$I_2 = \frac{U_A}{R_2}$$

$$I_3 = \frac{U_A - U_2}{R_3}$$

$$I_4 = -\frac{U_A}{R_4}$$



## 10. 结点电压法

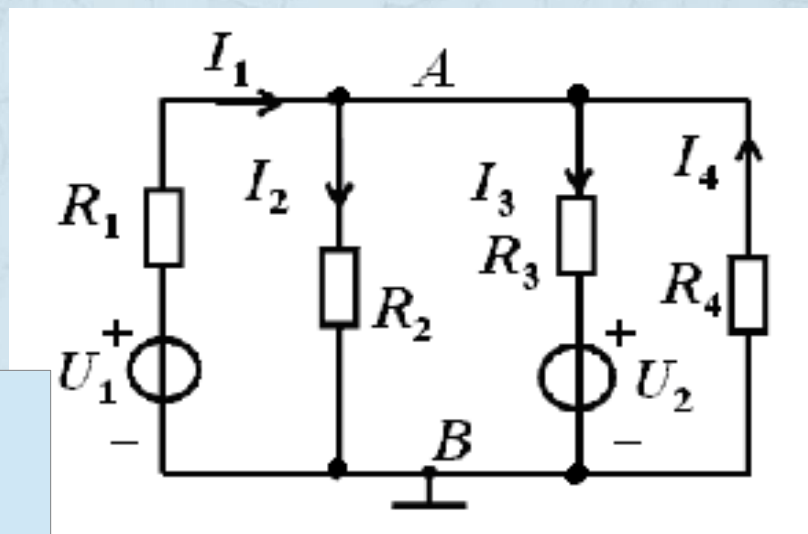
### 弥尔曼定理

代入，并整理得：

$$\frac{U_1 - U_A}{R_1} - \frac{U_A}{R_2} - \frac{U_A - U_2}{R_3} - \frac{U_A}{R_4} = 0$$

$$\Rightarrow \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right) U_A = \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_3}$$

$$U_A = U_{AB} = \frac{\frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}}$$

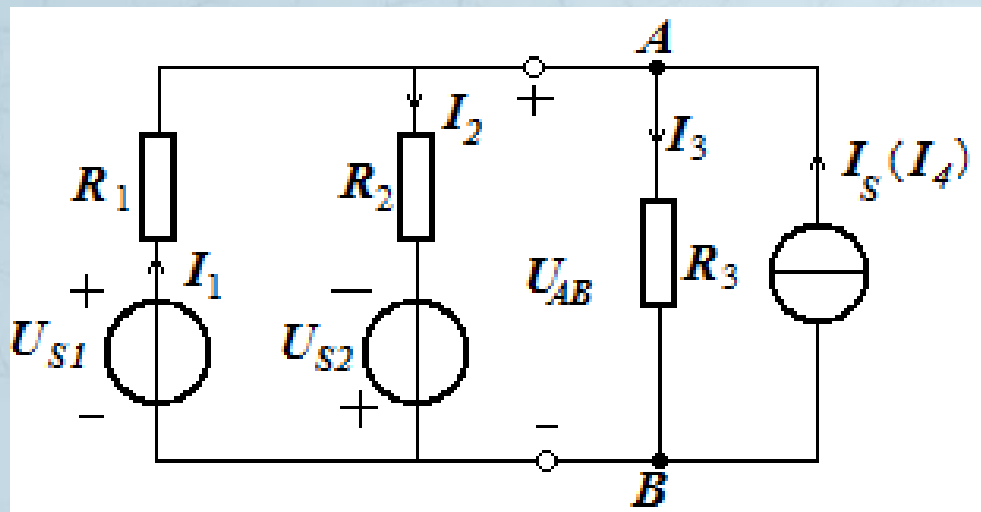


$$G_A = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}$$

式中：

是结点 **A** 连接各支路所有电导之和，称自电导，自电导总为正值。

# 弥尔曼定理



电路共有 4 条支路，2 个结点 A 和 B

1、选择结点 B 为参考结点、根据 KCL 列电流方程

$$I_1 - I_2 - I_3 + I_S = 0$$

3、得出结点电压为

$$U_{AB} = \frac{\frac{U_{S1}}{R_1} - \frac{U_{S2}}{R_2} + I_S}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \frac{\frac{U_S}{R} + I_S}{\frac{1}{R}}$$

$$I_1 = \frac{-U_{AB} + U_{S1}}{R_1}$$

$$I_2 = \frac{U_{AB} + U_{S2}}{R_2}$$

$$I_3 = \frac{U_{AB}}{R_3}$$



# 弥尔曼定理

结论：

弥尔曼定理

$$u_{ab} = \frac{\sum \frac{U_s}{R} + \sum I_s}{\sum \frac{1}{R}}$$

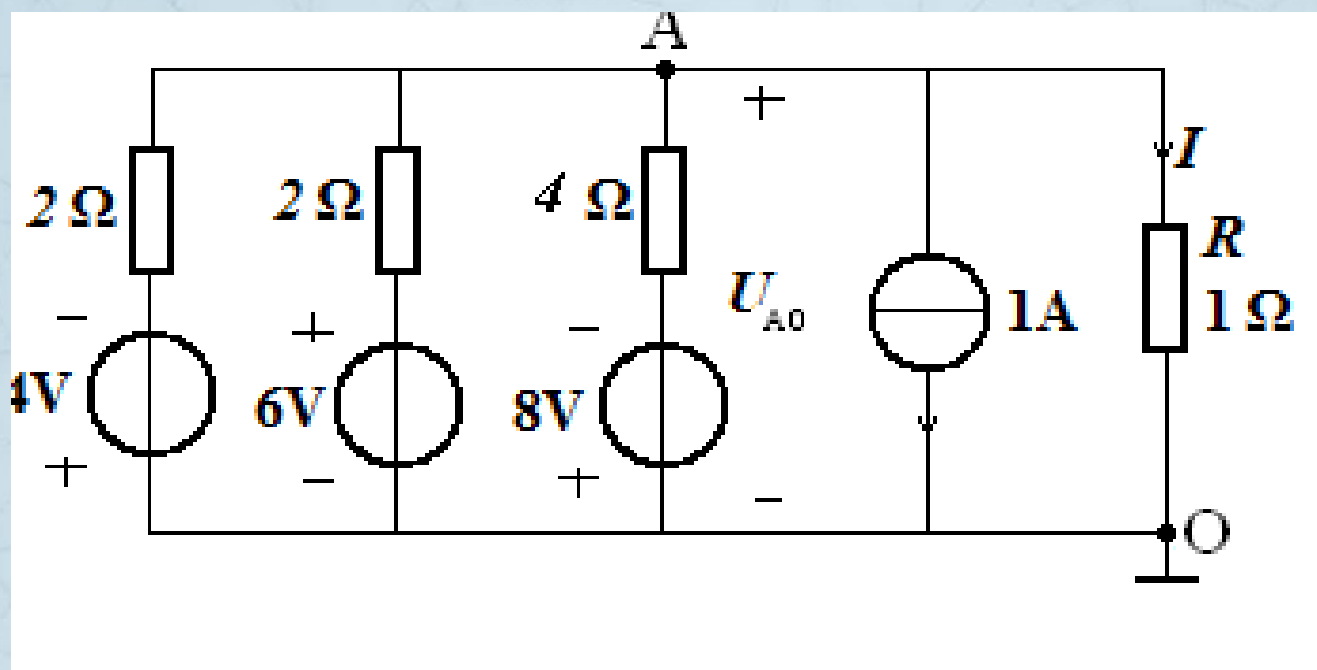
分子为各含源支路等效的电流源流入该结点电流的代数和，分母为各支路的所有电阻的倒数之和。

注：与理想电流源串联的电阻可去除。

式中分母的各项总为正，分子中各项的正负符号为：电压源的参考方向与结点电压的参考方向相同时取正号，相反时取负号；对连接该结点的电流源，当其电流流入该节点时取正，流出取负。

# 弥尔曼定理

例：已知在图电路中各元件参数，试求  $1\Omega$  电阻中流过的电流  $I$ 。



## 弥尔曼定理

解：设 O 点为参考结点。先计算出结点电压  $U_{AO}$ ，然后应用欧姆定律就可以求得  $1\Omega$  电阻上的电流  $I$ 。

结点电压为

$$U_{AO} = \frac{-\frac{4}{2} + \frac{6}{2} - \frac{8}{4} - 1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{1}} \text{ V} = \frac{-2}{\frac{9}{4}} \text{ V} = -\frac{8}{9} \text{ V}$$

所以  $1\Omega$  电阻中的电流为

$$I = \frac{U_{AO}}{R} = \frac{-\frac{8}{9}}{1} \text{ A} = -\frac{8}{9} \text{ A}$$

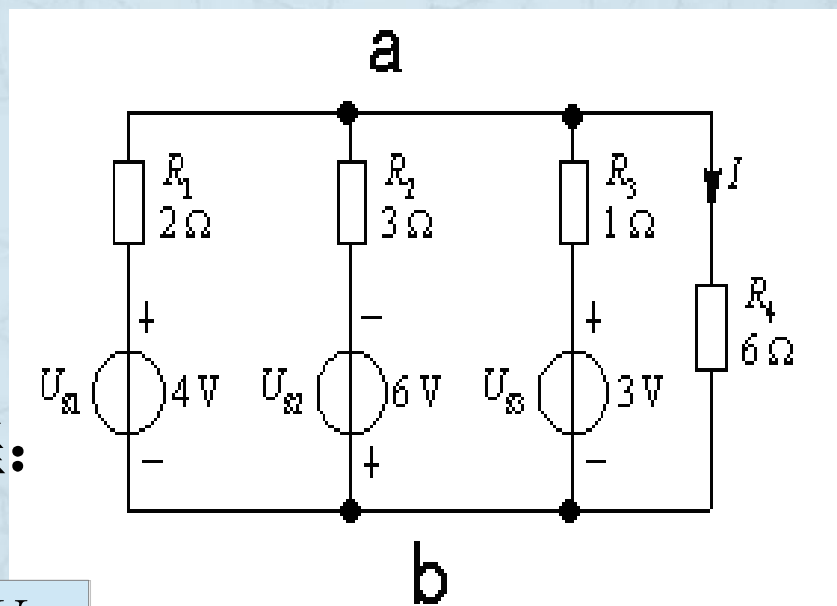
# 弥尔曼定理

例 求如图中电路的电流  $I$ 。

解：令结点 **b** 为参考结点，列写方程：

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right)U_a = \frac{U_{S1}}{R_1} - \frac{U_{S2}}{R_2} + \frac{U_{S3}}{R_3}$$

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + 1 + \frac{1}{6}\right) \times U_a = \frac{4}{2} - \frac{6}{3} + \frac{3}{1} \Rightarrow U_a = 1.5V \Rightarrow I = \frac{1.5}{6} = 0.25A$$

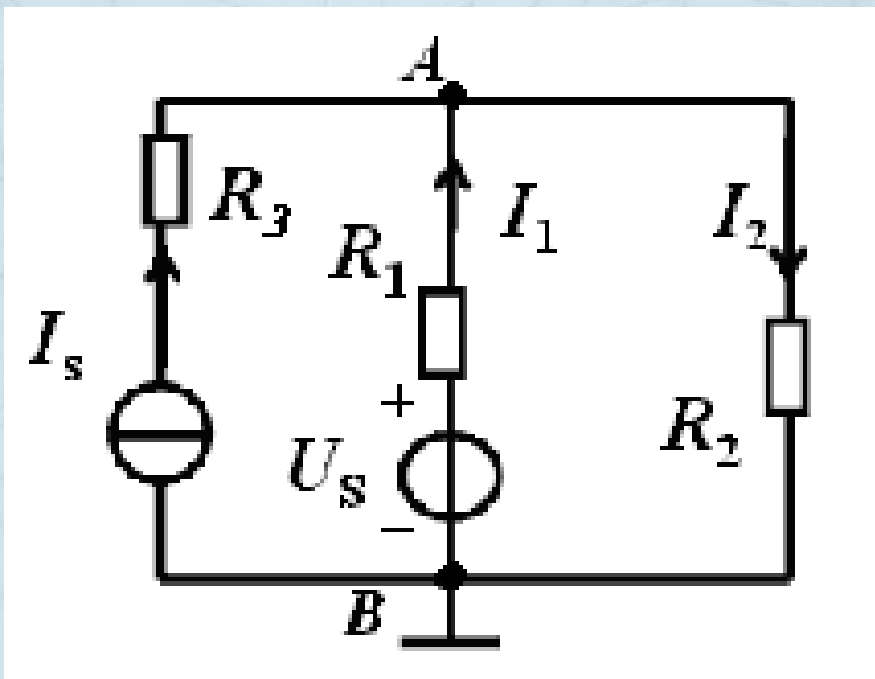




## 弥尔曼定理

例 求图中电路的结点电压及电流  $I_1$  和  $I_2$  。已知

$R_1=R_2=R_3=6\Omega$  ,  $I_s=3A, U_s=30V$  .



解：选定结点 **b** 作为参考结点，列方程如下：

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \times U_A = \frac{U_s}{R_1} + I_s$$

$$\frac{1}{3} \times U_A = 5 + 3$$

$$U_A = 24V$$

所以：  $I_1=1A, I_2=4A$  。

注：图中，与理想电流源串联的电阻可去除。

# 弥尔曼定理



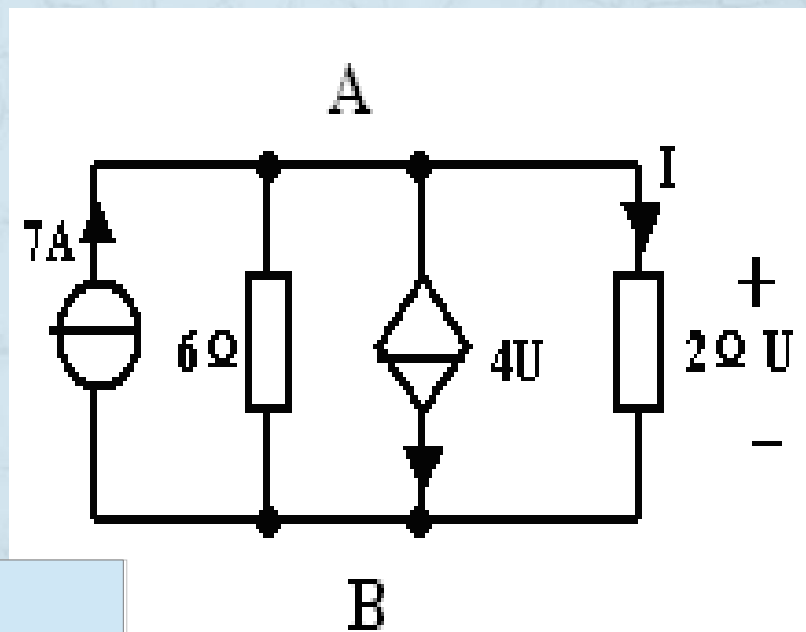
例用结点电压法求图中的未知电流  $I$

解：选定结点 **B** 作参考结点，列方程如下：

$$\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{2}\right)U_A = 7 - 4U$$

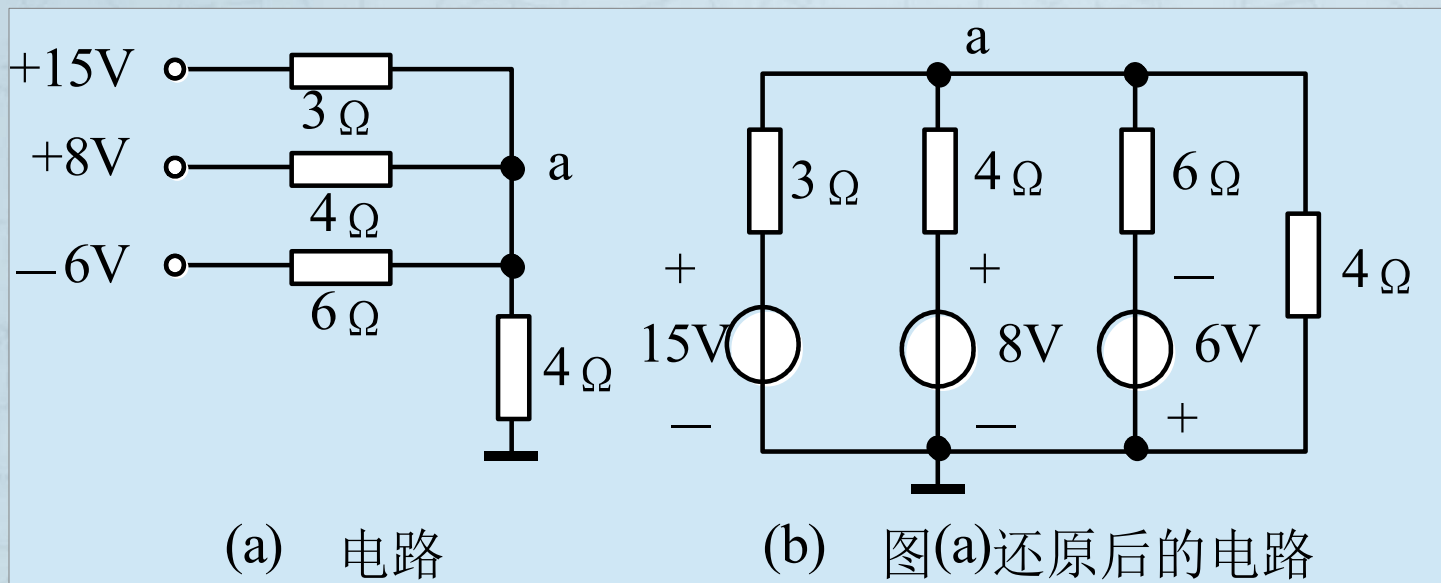
$$U_A = U$$

$$\Rightarrow U = 1.5V \Rightarrow I = \frac{U}{2} = \frac{1.5}{2} = 0.75A$$



# 弥尔曼定理

例：用节点电压法求图示电路中结点 a 的电位  $U_a$  。



$$U_a = \frac{\frac{15}{3} + \frac{8}{4} - \frac{6}{6}}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{4}} = 6V$$